11　電子線の回折実験

－電子の波動性およびド・ブロイ波長の測定－

電子は粒子性と波動性をもっている。電子を加速し線束にすれば，X 線と同様に結晶の原子面で回折する。この電子線回折を利用すると，X 線と同様に結晶構造を解析することが出来る。ここでは電子の波動性を検証し，ド・ブロイの関係式を実験的に確かめる。

【使用実験機器】電子ビーム回折管実験装置

§１ はじめに

陽子や電子のような物質を構成する基本粒子は，古典力学的にみれば質点（粒子）として取扱われる。しかし，量子力学によると，これらの物質粒子は粒子性とともに波動性をもっている。量子力学では，粒子と波という二つの概念が結び付けられ，次の式で表現できる。

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad , \quad \nu = \frac{E}{h} \qquad \cdots \ (1)$$

これらの式を，ド・ブロイ（de Brolie）の関係式という。運動量ｐと，エネルギーE をもち，外から力を受けず自由に運動している粒子は，これら２式で示されるような波長λ，振動数νをもつ波動としての性質も示すのである。この関係式は，1927 年にデヴィッスン（C.J.Davisson）とジャーマー（L.H.Germer）の共同による実験や，またトムソン（G.P.Thomson）の実験で検証された。ド・ブロイは，1929 年，電子の波動性の発見により，また，デヴィッスンとジャーマーは，1937 年，結晶による電子の干渉現象の実験的発見により，ノーベル賞を受賞した。

ここでは，X 線回折におけるデバイ・シェラーの方法と類似したトムソンの実験を通して，ド・ブロイの関係式を実験的に確かめる。

§２ 電子線回折

1　デバイ・シェラー法による電子線回折の原理

電子線が格子を構成する原子で反射され干渉する現象は，X線と同様に，ブラッグの公式が適用される。（図 1 参照）

$$2d \sin\theta = n\lambda \qquad \cdots \ (2)$$

ｄ：3 次元格子の面格子間隔

θ：反射角

λ：電子線の波長

ｎ：整数

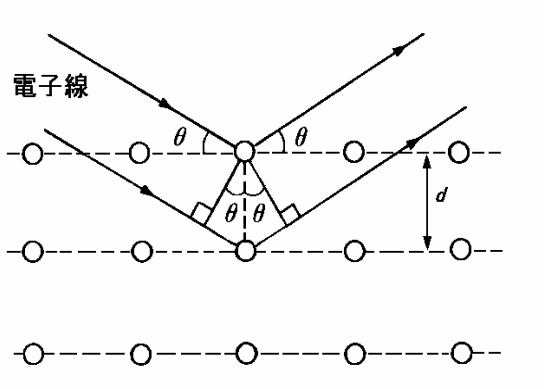


図 1 電子線回折

式(2)が示すような条件を満たすとき反射電子線は強め合う。結晶によって回折された電子線は，同心軸をもつ円錐上に存在する。管球の蛍光面は，この円錐の断面であり，同心円の影ができる。これを，デバイシェラー環（Debye rings）という。反射線の模式図（図 2）から

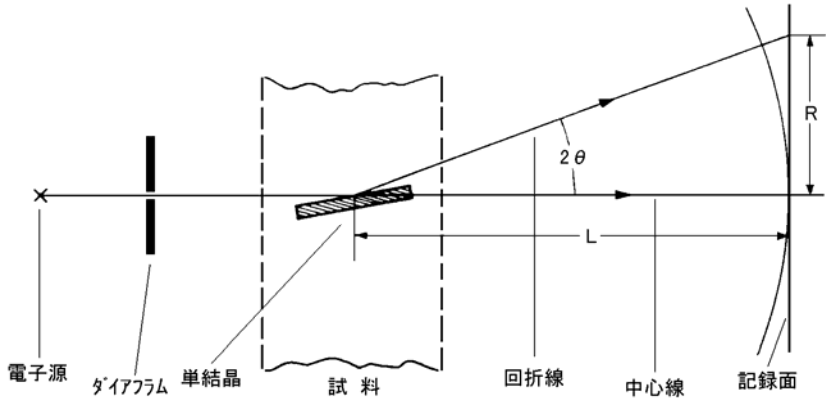


図2 原 理 図

$$\tan 2\theta = \frac{R}{L} \qquad \cdots (3)$$

の関係式が得られる。

そこで，θ が微少であれば，$\tan 2\theta \approx \sin 2\theta \approx 2\sin\theta$ となる近似式が使え，式(3)は $2\sin\theta = \frac{R}{L}$ となる。従って，式(2)と式(3) から

$$n\frac{\lambda}{d} = \frac{R}{L} \quad , \quad \lambda = \frac{dR}{nL} \qquad \cdots (4)$$

となる。n＝1（1 次の反射）の場合は

$$\lambda = \frac{d}{L}R \qquad \cdots (5)$$

が得られる。

2　電子線管の構造と調整マグネット

図 3 に示されているように，それぞれの電極および回折格子としてのグラファイト膜はガラス球中に封入されている。U_F には交流のヒータ電流が流れ熱電子を生み出し，生じた熱電子が陰極(K_1，K_2)と陽極(A_1，A_2)の間の高電位差で加速される。また，電極 K_2，A_1，A_2 は静電レンズとして働き，電子線を A_2 上にあるグラファイト薄膜に垂直にあてる働きをする。

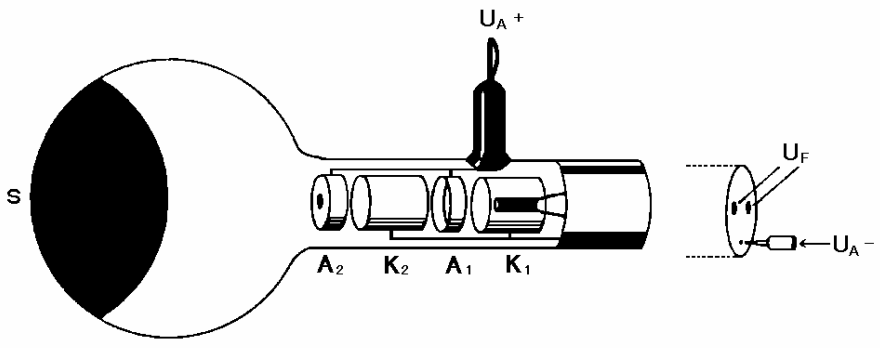
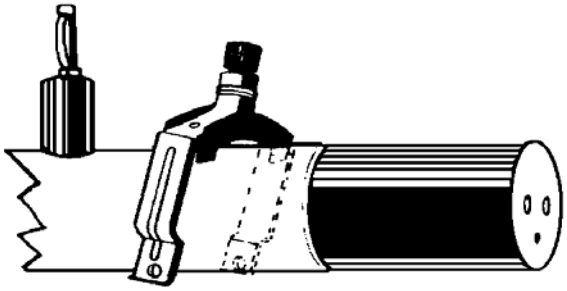


図3　電子ビーム回折管

図４のように，調整マグネットをガラス管球の根元に取り付け，動かすことによって，電子線の方向を変えることができる。これによって，A_2 のキャリアネット上のグラファイト層の有効部分に電子線が当たるように調整する。

グラファイトの結晶で回折された電子線は図中の S に同心円の干渉縞を生じる。



§３ 実験

1 実験装置および器具

電子ビーム回折管装置，高圧直流電源，電源トランス，すべり抵抗器，リード線
保護カバー付きリード線，交流電流計，交流電圧計，デジタルマルチメータ

2 実験の方法

① ユニバーサルスタンド(図 5)に管球を取り付ける。

② 図 6 に示すように結線をする。
※図 6 の(a)で示されている裸のプラグピン（高圧電源の正極に接続するためのもの）には，感電を防ぐため 2 方向プラグアダプタをかぶせること。

③ 電子線が磁界の影響を受けないように距離をとって配置する。

④ ヒータ電圧 6V を加える。

⑤ 回折パターンが見える 2kV までゆっくりと陽極電圧を上げていく。
※回折環が満足な状態で観察できない場合は，調整マグネットを前後あるいは回転させて，電子線の方向をわずかに変え，グラファイト薄膜が回折格子として働くようにする。少なくとも２つのリングが鮮明に観察できるようにすること。

⑦ 記録面の中心からリングまでの距離（デバイシェラー環の半径）を測定する。

⑧ 陽極電圧を上げて，３kV，4kV，5kV で，２つのデバイシェラー環の半径R_1，R_2 をそれぞれ測定する。

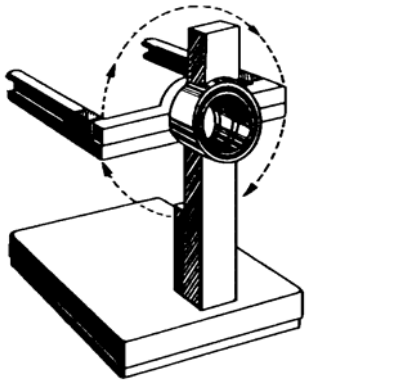


図５　ユニバーサルスタンド

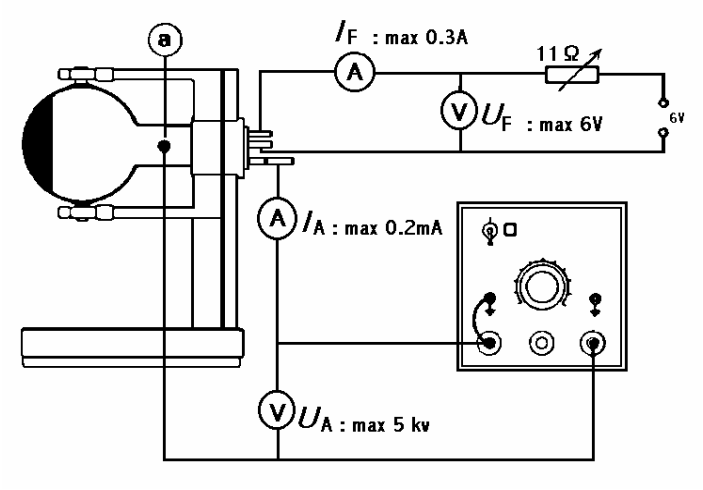


図６　回 路 図

【注意】

・最大定格をまもること。

ヒータ電圧 U_F　：最大６V　(交流)　　ヒータ電流 I_F　：最大 0.3A (交流)

加速電圧　U_A　：最大 5kV (直流)　　加速電流　I_A　：最大 200μA(直流)
管球の直径　　：約 130mm

・陽極電圧は常に０V から徐々に上げていくこと。（最大 5kV）
・陽極電流 I_A の最大値は 200μA で，グラファイト膜のチェックをしっかりすること。
※I_A が 200μA を越えたり，グラファイト膜が赤熱した場合は，直ちに陽極電源を断ち，陽極電圧を 0V に戻し，回路をショートして放電させる。
※再度実験をするときは，同じ点に電子ビームが当たらないように調整マグネットを回転させる。

§４ 実験結果と分析

1　実験結果

実験結果の一例を表１に示す。

表１　実験結果

加速電圧 V[ｋｖ]	半径R_1［$\times 10^{-2}$ m］	半径R_2［$\times 10^{-2}$ m］
2.00	1.9	3.5
3.00	1.5	2.7
4.00	1.2	2.3
4.97	1.1	2.0

2　分析

グラファイト(図 7)の原子間の格子定数 b は 1.42×10^{-10} mであるので，図８より，電子線が回折を起こすグラファイトの格子定数は，

$d_1 = 2.13\times10^{-10}$ m

$d_2 = 1.23\times10^{-10}$ m

となる。また，試料から記録面までの中心線距離 L は，L＝ 13.5×10^{-2}m である。よって，それぞれのデバイシェラー環から求められる電子線の波長λは式（5）より，

$$\lambda_1 = \frac{2.13\times10^{-10}\times R_1}{13.5\times10^{-2}}$$

$$\lambda_2 = \frac{1.23\times10^{-10}\times R_2}{13.5\times10^{-2}}$$

となる。よって，それぞれの加速電圧での電子線のド・ブロイ波長λは表３のようになる。

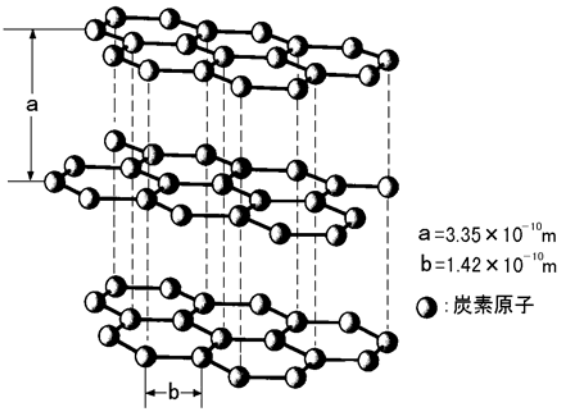


図７　グラファイト

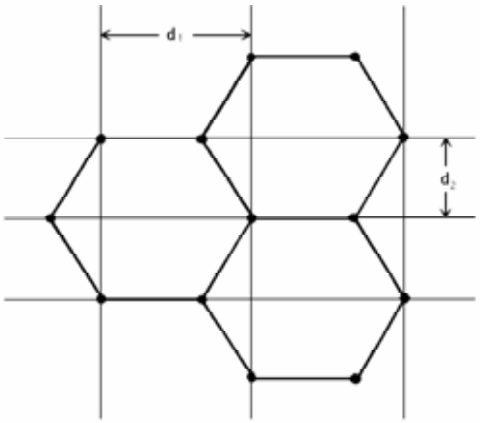


図８　グラファイト

表２ ド・ブロイ波長

（実験値）

加速電圧 [kV]	半径 R_1 [$\times 10^{-2}$ m]	ド・ブロイ波長 [$\times 10^{-11}$ m]	半径 R_2 [$\times 10^{-2}$ m]	ド・ブロイ波長 [$\times 10^{-11}$ m]	平均 [$\times 10^{-11}$ m]
2.00	1.9	3.0	3.5	3.2	3.10
3.00	1.5	2.4	2.7	2.5	2.45
4.00	1.2	1.9	2.3	2.1	2.00
4.97	1.1	1.7	2.0	1.8	1.75

一方，加速電圧 U で加速された電子の速度υは　$\frac{1}{2}m\upsilon^2 = eU$　より　$\upsilon = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$ となる。

そこで，ド・ブロイの関係式 $\lambda = \frac{h}{m\upsilon}$ より

$$\lambda = \frac{h}{m\sqrt{\frac{2eU}{m}}} = \frac{h}{\sqrt{2emU}} \qquad \cdots (6)$$

となる。プランク定数h＝6.6256×10^{-34} [J/S]，電子の電荷 e=1.6021×10^{-19} [C]，電子の質量 m=9.1091×10^{-31}[kg] を式（6）に代入して，

$$\lambda = 1.2264 \times 10^{-9} \times \frac{1}{\sqrt{U}} \qquad \cdots (7)$$

となる。よって，それぞれの陽極電圧で加速された電子ビームのド・ブロイ波長は，理論的には表３のようになる。

表３ ド･ブロイ波長(理論値)

加速電圧 [kV]	ド･ブロイ波長 [$\times 10^{-11}$ m]
2.00	2.74
3.00	2.24
4.00	1.94
4.97	1.74

表２のド・ブロイ波長の平均と表３の理論値の比較から，それぞれの加速電圧で実験の精度は表４のようになる。

表４ 実験の精度

加速電圧 [kV]	実験誤差 (%)
2.00	13.1
3.00	9.4
4.00	3.1
4.97	0.6

加速電圧が小さくなるほど，実験誤差が大きくなる（実験の精度が悪くなる）理由としては，

- 加速電圧が小さくなるほど，回折角が大きくなり，$\tan 2\theta \approx \sin 2\theta \approx 2\sin\theta$の近似における誤差が大きくなる。
- 回折角が大きくなることにより，ガラス管の球面スクリーンと実際の記録面（球面スクリーンに接する平面）との間での測定誤差が大きくなる。

・加速電圧が小さくなると，デバイシェラー環の幅が広く，また明るさが暗くなるため測定誤差が大きくなる。

などが考えられる。

【参考】《物質波について》

1 粒子性と波動性

電子，陽子，中性子，中間子，分子などのように質量が０でない粒子を物質粒子という。この物質粒子が波動的性質をもつことは，今日では周知の事実であるが，以前は驚くべきことと思われていた。

光子の場合，古典力学の自然な考え方より波動的性質が発見され，後にプランク(L.Planck)の量子仮説により粒子的性質が決定づけられた。一方，電子はこの順序が逆で，粒子的性質が先に発見され，後にド・ブロイ（de Broglie）によって波動的性質が説明された。光子や電子をはじめあらゆる粒子は，粒子性と波動性の二つの性質をもっており，それぞれの実験に応じてどちらかの性質を示すのである。

2 物質波

1923 年当時，光が波動的性質に加え，粒子的性質をもつことは既に知られていた。しかし，電子については，粒子的性質をもつこと以外にはあまり知られていなかった。

1924 年，ド・ブロイは物質粒子には物質波（『物体の運動に付随した仮想的な波』）の性質があると「量子論の研究」という論文の中で示した。すなわち，電子も波としての性質をもち，その波長λ（ド・ブロイ波長）は，電子の運動量 p によって決まるというものである。

$$\lambda = \frac{h}{p} \qquad \text{（h：プランク定数）} \qquad \cdots (8)$$

この関係式は，第１次大戦後，軍役から帰ったド・ブロイが実験物理学者の兄（モーリス）と再開した X 線の研究の中で生まれた。兄の「X 線は波と粒子の複合体ではないか」という考え方を彼が発展させた。この関係式の中で，アインシュタインの式（$E = mc^2$）とプランクの式（$E = h\nu$）とが結び付けられており，相対論的不変性に基づいて得られたものである。

式(8)は，相対論的運動量ｐ が $p = \dfrac{m\upsilon}{\sqrt{1-\left(\upsilon/c\right)^2}}$ と表されるから，

$$\lambda = \frac{h}{mc} \cdot \frac{\sqrt{1-\left(\upsilon/c\right)^2}}{\upsilon/c} \qquad \cdots (9)$$

となる。m は電子の静止質量，c は光速，υは電子の速度である。この式から，粒子の速度υが増加すれば波長λが減少することがわかる。また，速度υが一定であれば，波長λは質量 m に反比例する。また，相対論的エネルギーE は，$E = \dfrac{mc^2}{\sqrt{1-\left(\upsilon/c\right)^2}}$ として表されるから，式（9）を粒子の全エネルギーE の式として表すと，

$$\lambda = \frac{hc}{\sqrt{E^2 - m^2c^4}} = \frac{hc/E}{\sqrt{1 - m^2c^4/E^2}} \qquad \cdots (10)$$

となる。m が一定のとき，Eが増加するとλは減少する。また，Eが一定であれば，m の増加につれてλが大きくなる。質量のない粒子では，m＝0 より，式(10)は,

$$\lambda = \frac{hc}{E} \qquad \cdots (11)$$

となる。例えば，光子では，式(11)は，$E = \frac{hc}{\lambda} = h\nu$ (ν：振動数) となり，プランクの量子仮説を満足する。

一方，粒子の運動エネルギーを K とすると，全エネルギーE は,

$$E = K + mc^2 \qquad \cdots (12)$$

となる。mc^2 は粒子の静止エネルギーである。式(12)を式(10)に代入すると,

$$\lambda = \frac{hc}{\sqrt{K(K + 2mc^2)}} = \frac{h}{\sqrt{2mK}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + K/2mc^2}} \qquad \cdots (13)$$

となる。式(13)の分母の $K/2mc^2$ は相対論補正で,，電子が低エネルギーのときほとんど無視できる。例えば，1.0×10^5 eV のとき，わずか 5%である。そこで，$K/2mc^2$ を 0 におくと，非相対論的近似となり，波長λは

$$\lambda \cong \frac{h}{\sqrt{2mK}} \cong \frac{h}{m\upsilon} \qquad \cdots (14)$$

となる。そこで，加速された電子の運動エネルギーK は，加速電位差を U とすると，$K = \frac{1}{2}m\upsilon^2 = eU$ であるから，式(14)は,

$$\lambda \cong \frac{h}{\sqrt{2emU}} \qquad \cdots (15)$$

となる。これは式(6)であり，同様に式(7)となる。

3 物質波の検証

例えば，質量が 10^{-7}kg の粒子が，速度１m/s の速さで運動しているとき，ド・ブロイ波長λは非相対論的近似式(14)より λ≅6.6×10^{-27} m となり，きわめて短く，巨視的物理現象では観測されない。これは光学とよく似ている。よって，物質波の存在を検出するためには，波長が実験装置の幾何学的オーダーと同程度でなければならない。波長λをできるだけ大きくするために,式(14)よりできるだけ軽い粒子すなわち電子（9.1091×10^{-31} kg）を使い，速度をできるだけ遅くしなければならない。また，そうすることにより，非相対論的近似式(14)が使える。

(1) デビィッスン(C.J.Davisson)とジャーマー(L.H.Germer)の実験

電子の波動性を初めて証明した実験で，アメリカのベル研究所で行われた。ニッケル Ni の

単結晶に低速電子線（100eV 程度の低エネルギーの電子）を入射させ，その散乱電子線にブラッグ反射に相当する極大が現れることを示した実験である。彼らは最初から物質波を実証する目的で行っていたのではなく，金属表面での電子線の散乱実験を行っていた。ド・ブロイが物質波の存在を理論的に示す以前に，実験結果には電子の波動性を示すものが現れていたが，彼らはこの事実を見落としていた。そして，この歴史的発見は，実験中に起こった偶然の事故によるものであった。事故から 2 年後，みごとに物質波の存在を実証する電子線の回折現象を発見した。この実験は高度な真空技術を必要とするなど，当時としては素晴らしい技術により行われたものでもある。

(2) トムソン（G.P.Thomson）の実験

X 線回折におけるデバイ・シェラー法と同じように，電子線を結晶の薄膜に照射してその回折線から，電子の波動性を実証した実験である。この実験はトムソン（G.P.Thomson）により行われたもので，デビィッスンとジャーマーの実験の発表と同じ年（1927 年）に発表された。彼は，電子の発見で有名なトムソン（J.J.Thomson）の息子である。セルロイドをかわきりに，金 Au，白金 Pt，アルミニウム Al などで薄膜を作り，デバイ・シェラー環を写し出し，ド・ブロイの関係式に完全に従う物質波の存在を実証した。

4 電子線回折

電子は，X 線に比べ結晶を構成する原子によって強く弾性散乱や吸収されるので，電子線回折はおもに薄膜，結晶の表面層，微細結晶などの構造解析に利用されている。電子線回折は，電子のもつ運動エネルギーの違いにより，(i)低速電子線回折(LEED)（約 1keV 以下），(ii)高速電子線回折(HEED)（約 10keV 以上）の 2 つに大きく分けられる。この中間のエネルギーの電子線を用いるものを中速電子線回折(MEED)（約 1〜10keV）と呼ぶことがあるが，あまり利用されていない。デビィッスンとジャーマーの実験は LEED，トムソンの実験は HEED の実験である。低速の電子は，表面のごく浅いところまでしか達することができないので，LEED は結晶表面の第 1 層程度までの構造研究に適している。

5 その他の物質波の回折現象

原子炉から放出される中性子線を結晶にあてると，X 線や電子線と同様に回折現象をおこす。また，1929 年にシュテルン(Stern)はヘリウム原子や水素分子も回折を起すことを示し，原子や分子にも物質波が存在することを示した。このことにより，電子のような物質を構成する基本粒子（素粒子）だけではなく，広くすべての粒子がド・ブロイの関係式に従う波動としての性質をもつことが分かった。すなわち，実験の条件を整えればすべての粒子が波動として検出されるのである。

【参考文献】

[1]「電子ビーム回折管実験装置」取扱説明書（島津理化器械(株)）
[2] バークレー物理学コース「量子物理（上）」（丸善(株)）
[3] 物理学辞典編集委員会編「物理学辞典（縮刷版）」（1992，培風館）
[4] 物理学大辞典編集委員会編「物理学大辞典」（1989，丸善(株)）